Prof. Amador Martin-Pizarro — Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Übungen: Michael Lösch — Sommersemester 2020

Reelle Algebra und Einführung in die o-Minimalität

Blatt 8

Abgabe: 16.07.2020, 11Uhr

Aufgabe 1 (4 Punkte)**.**

In einer Sprache $\mathcal{L}$ mit einem zweistelligen Relationszeichen $<$ sei $\mathcal{M}$ eine o-minimale Struktur bezüglich der linearen Ordnung $<^{\mathcal{M}}$. Gegeben eine definierbare Teilmenge X von M (möglicherweise mit Parametern), welche eine obere Schranke in M besitzt, zeige, dass X ein Supremum in M besitzt.

Aufgabe 2 (6 Punkte)**.**

In einer Sprache $\mathcal{L}$ mit einem zweistelliges Relationszeichen $<$ sei $\mathcal{M}$ eine o-minimale Struktur bezüglich der dichten linearen Ordnung $<^{\mathcal{M}}$. Für jede definierbare Menge $X \subset M^{n+1}$ (möglicherweise mit Parametern) und jedes Tupel $\bar{y}$ aus M^n, sei $X_{\bar{y}} = \{x \in M \mid (x, \bar{y}) \in X\}$ die Faser von X über $\bar{y}$.

a) Zeige, dass die Teilmenge $\{\bar{y} \in M^n \mid \text{die Faser } X_{\bar{y}} \text{ ist endlich}\}$ wiederum definierbar ist.

b) Wieso folgt nicht sofort aus Kompaktheit, dass es eine natürliche Zahl N so gibt, dass die Faser $X_{\bar{y}}$ genau dann endlich ist, wenn $|X_{\bar{y}}| < N$?

Aufgabe 3 (6 Punkte)**.**

In der Sprache $\mathcal{L} = \{<\}$ betrachte die Ordinalzahl $\aleph_1$ als $\mathcal{L}$-Struktur mit der natürliche Anordnung von Ordinalzahlen. Beachte, dass die Anordnung nicht dicht ist.

Ist $\aleph_1$ o-minimal?

Hinweis: Für $\alpha < \aleph_1$, was ist die Mächtigkeit der Ordinalzahl $\alpha + \omega$?

Die Übungsblätter können zu zweit eingereicht werden (Bitte alle Namen eintragen!) Abgabe der Übungsblätter im ILIAS als eine einzige PDF-Datei.